

# **KUPASAN MUTU JAWAPAN**

**MATEMATIK TAMBAHAN 1**  
**3472/1**

**SPM 2017**

**INSTRUMEN PENTAKSIRAN**

Kod Mata Pelajaran	:	3472/1
Bentuk Ujian	:	Subjektif
Markah	:	80 markah
Masa	:	2 jam

**REKA BENTUK INSTRUMEN PENTAKSIRAN**

Kertas ini mengandungi 25 soalan dan calon wajib menjawab kesemua soalan. Soalan disampaikan dalam format dwibahasa mengikut perenggan.

## PRESTASI TERPERINCI

### Soalan 1

- 1 Diagram 1 shows a cubic graph  $y = f(x)$  and a linear graph  $y = g(x)$ .  
*Rajah 1 menunjukkan graf kubik  $y = f(x)$  dan graf linear  $y = g(x)$ .*

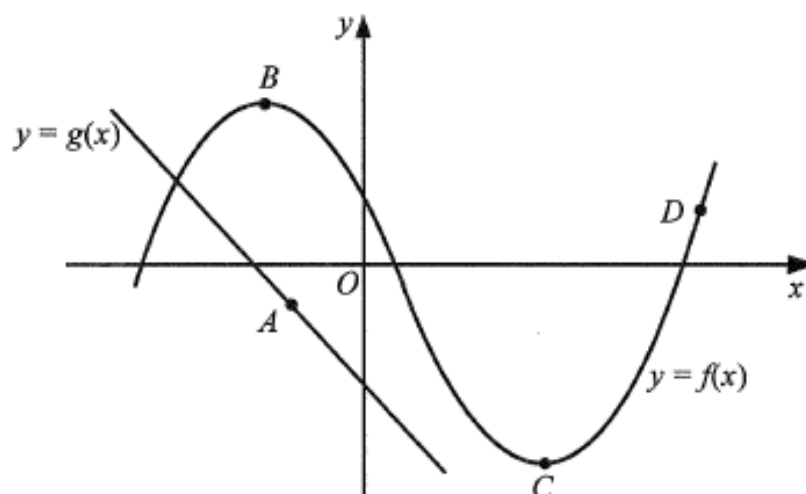


Diagram 1  
Rajah 1

Point  $A$  lies on the straight line. Points  $B$ ,  $C$  and  $D$  lie on the curve. The tangents to the curve at points  $B$  and  $C$  are parallel to the  $x$ -axis.

State which point(s) that satisfies the following condition:

*Titik  $A$  terletak pada garis lurus. Titik-titik  $B$ ,  $C$  dan  $D$  terletak pada lengkung. Tangen kepada lengkung itu pada titik  $B$  dan titik  $C$  adalah selari dengan paksi- $x$ .*

*Nyatakan titik/titik-titik manakah yang memenuhi syarat berikut:*

- (a)  $\frac{dy}{dx} = 0$ .
- (b)  $\frac{dy}{dx} < 0$ .
- (c)  $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ .

Berdasarkan rajah 1 dalam soalan, calon diminta menyatakan titik atau titik-titik yang memenuhi syarat yang diberikan.

- (a)  $\frac{dy}{dx} = 0$  bermaksud titik berada di titik minimum atau maksimum,
- (b)  $\frac{dy}{dx} < 0$  bermaksud titik berada pada kecerunan negatif,
- (c)  $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$  bermaksud titik berada di titik minimum.

### Contoh Jawapan Cemerlang

- (a) B dan C  
 (b) A  
 (c) C

Berdasarkan contoh jawapan, calon mampu memenuhi kehendak soalan untuk ketiga-tiga cerai. Calon **memahami dan dapat membezakan situasi untuk ketiga-tiga syarat** dalam cerai soalan dengan tepat dan jelas.

### Contoh Jawapan Sederhana

- (a) B  
 (b) A  
 (c) C

Berdasarkan contoh jawapan, calon hanya mampu memberikan **hanya satu titik** untuk cerai (a). Manakala untuk cerai (b) dan cerai (c), calon berjaya memenuhi kehendak jawapan mengikut kehendak soalan.

## Soalan 2

2 Diagram 2 shows part of the curve  $y = f(x)$ .

Rajah 2 menunjukkan sebahagian daripada lengkung  $y = f(x)$ .

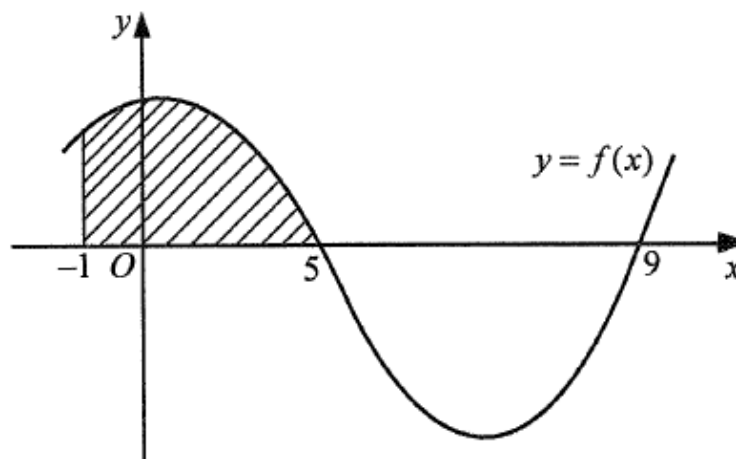


Diagram 2  
Rajah 2

The shaded region is defined as  $\int_a^b f(x) dx = 4$ .

Kawasan berlorek ditakrifkan sebagai  $\int_a^b f(x) dx = 4$ .

(a) State the value of  $a$  and of  $b$ .

Nyatakan nilai  $a$  dan nilai  $b$ .

Berdasarkan rajah dan maklumat yang diberi dalam soalan, calon dikehendaki menyatakan

(a) Had atas dan had bawah yang diwakili oleh  $a$  dan  $b$  di dalam persamaan

$$\int_a^b f(x) dx = 4 \text{ dan memenuhi syarat di dalam rajah.}$$

(b) Nilai bagi  $\int_5^9 f(x) dx$  berdasarkan maklumat yang diberi dengan mengaitkan

konsep kamiran dengan luas bawah graf.

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$b = 5 \quad a = -1$$

Calon mampu **membuat hubungkait** antara persamaan dengan rajah yang diberi. Seterusnya **memberikan nilai**  $a$  dan  $b$  dengan tepat dan jelas mengikut kehendak soalan.

$$\int_5^9 f(x) dx = -8$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon menyatakan nilai  $\int_5^9 f(x) dx$  dengan betul dengan **mengaitkan konsep luas bawah dengan konsep kamiran**. Calon mampu **menyatakan tanda negatif** sebagai nilai kamiran bawah paksi-x.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$b = 5$$
$$a = -1$$

Calon **menyatakan nilai**  $a$  dan  $b$  dengan tepat dan jelas mengikut kehendak soalan.

$$12 - 4 = 8$$
$$\int_5^9 f(x) dx = 8$$

Berdasarkan jawapan contoh, walaupun calon menyatakan nilai  $\int_5^9 f(x) dx$  dengan tepat dengan **mengaitkan konsep luas bawah dengan konsep kamiran** tetapi calon **tidak meletakkan nilai negatif** sebagai kamiran bawah paksi-x.

**Soalan 3**

- 3 Diagram 3 shows vectors  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  and  $\vec{AD}$  drawn on a square grid with sides of 1 unit.

Rajah 3 menunjukkan vektor-vektor  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  dan  $\vec{AD}$  yang dilukis pada grid segi empat sama bersisi 1 unit.

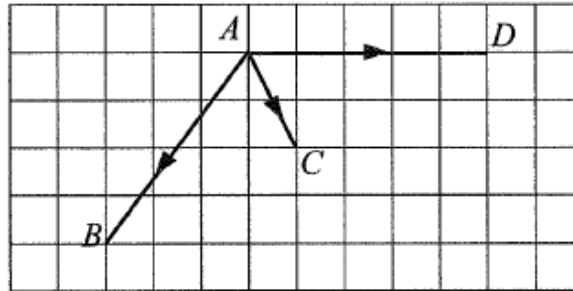


Diagram 3  
Rajah 3

- (a) Find  $|\vec{BA}|$ .  
Cari  $|\vec{BA}|$ .

- (b) Given  $\vec{AB} = \underline{b}$  and  $\vec{AC} = \underline{c}$ , express in terms of  $\underline{b}$  and  $\underline{c}$

Diberi  $\vec{AB} = \underline{b}$  dan  $\vec{AC} = \underline{c}$ , ungkapkan dalam sebutan  $\underline{b}$  dan  $\underline{c}$

- (i)  $\vec{BC}$ ,  
(ii)  $\vec{AD}$ .

Berdasarkan Rajah 3 dalam soalan, calon diminta menyatakan  
(a) magnitud bagi vektor negatif

- (b) berdasarkan maklumat tambahan yang diberi dalam sebutan  $\underline{b}$  dan  $\underline{c}$

- (i) vektor paduan  $\vec{AB}$   
(ii) vektor paduan  $\vec{CD}$

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon **menyatakan magnitud** bagi vektor negatif dengan tepat dan jelas. Calon mampu mengaitkan **konsep magnitud sebagai panjang vektor** dengan cemerlang.

$$(i) \quad \vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} \\ = -\underline{b} + \underline{c}$$

$$(ii) \quad \vec{AD} = -\underline{b} + 2\underline{c}$$

Calon dengan cemerlang dapat **menyatakan vektor paduan** dengan tepat dan jelas dalam sebutan  $\underline{b}$  dan  $\underline{c}$  mengikut kehendak soalan dengan menggunakan **hukum segitiga**.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$- (3\underline{i} + 4\underline{j}) \\ = 3\underline{i} - 4\underline{j}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon hanya menukarkan vektor  $\overline{BA}$  kepada **vektor negatif** dengan betul tetapi calon **tidak menentukan nilai magnitud** seperti kehendak soalan.

$$(i) \quad \vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} \\ = -\underline{b} + \underline{c}$$

$$(ii) \quad \vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD} \\ = \underline{c} + (-\underline{b} + \underline{c}) \\ = \underline{c} - \underline{b} + \underline{c} \\ = 2\underline{c} - \underline{b}$$

Calon **menyatakan vektor paduan** dengan tepat dan jelas mengikut soalan. Penggunaan **hukum segitiga** ditunjukkan secara sistematik dan teratur.

#### Soalan 4

- 4 Diagram 4 shows a trapezium  $ABCD$ .  
*Rajah 4 menunjukkan trapezium  $ABCD$ .*

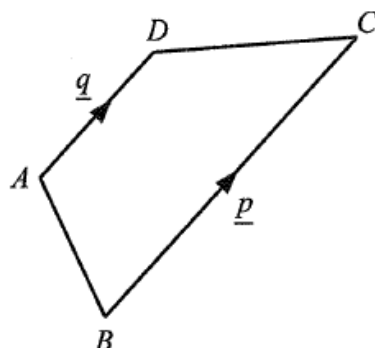


Diagram 4  
*Rajah 4*

Given  $\underline{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  and  $\underline{q} = \begin{pmatrix} k-1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , where  $k$  is a constant, find value of  $k$ .

*Diberi  $\underline{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  dan  $\underline{q} = \begin{pmatrix} k-1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , dengan keadaan  $k$  ialah pemalar, cari nilai  $k$ .*

Berdasarkan Rajah 4 dan maklumat yang diberikan, calon dikehendaki mencari nilai  $k$  dengan mengaplikasikan konsep vektor selari.

#### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned} p &= \lambda q \\ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} &= \lambda \begin{pmatrix} k-1 \\ 2 \end{pmatrix} \\ 4 &= \lambda 2 \\ \lambda &= 2 \\ 3 &= \lambda (k-1) \\ 3 &= 2(k-1) \\ k &= 2.5 \end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat **menyatakan nilai  $k$**  dengan tepat dan jelas. Calon secara sistematik menunjukkan jalan kerja dengan **mencari satu nilai skalar** yang diwakili  $\lambda$  mengikut **takrifan vektor selari**.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} k-1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$3 = x(k-1)$$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$

Calon menunjukkan jalan kerja yang sistematik dengan **mencari satu nilai skalar** yang diwakili  $x$ . Walau bagaimanapun, calon tidak meneruskan jalan kerja untuk mendapatkan nilai  $k$ .

### Soalan 5

5 Given  $\frac{25^{h+3}}{125^{p-1}} = 1$ , express  $p$  in terms of  $h$ .

Diberi  $\frac{25^{h+3}}{125^{p-1}} = 1$ , ungkapkan  $p$  dalam sebutan  $h$ .

Berdasarkan maklumat yang diberikan, calon dikehendaki mengungkapkan  $p$  dalam sebutan  $h$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\frac{5^{2(h+3)}}{5^{3(p-1)}} = \cancel{5^0} 1$$

$$\frac{5^{2h+6}}{5^{3p-3}} = 1$$

$$5^{2h+6} = 5^{3p-3}$$

$$2h+6 = 3p-3$$

$$2h+6+3 = 3p$$

$$p = \frac{2}{3}h + 3$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dengan cemerlang dapat mengaplikasikan **penukaran asas indeks** dan **hukum indeks**, seterusnya **membandingkan kuasa** bagi indeks tersebut secara sistematik dan tersusun. Calon **mengungkapkan  $p$  dalam sebutan  $h$**  dengan tepat dan jelas.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\frac{5^{2(h+3)}}{5^{3(p-1)}} = 1$$

$$\frac{5^{2h+6}}{5^{3p-3}} = 1$$

$$\frac{(5^{2h})(5^6)}{5^{3p} \div 5^3} = 1$$

$$\frac{2h+6}{3p-3} = 0$$

$$2h+6 = 0$$

Calon dapat mengaplikasikan **penukaran asas indeks** yang sesuai dengan kehendak soalan. Namun demikian, calon **tidak dapat mengaplikasikan hukum indeks** dengan betul.

### Soalan 6

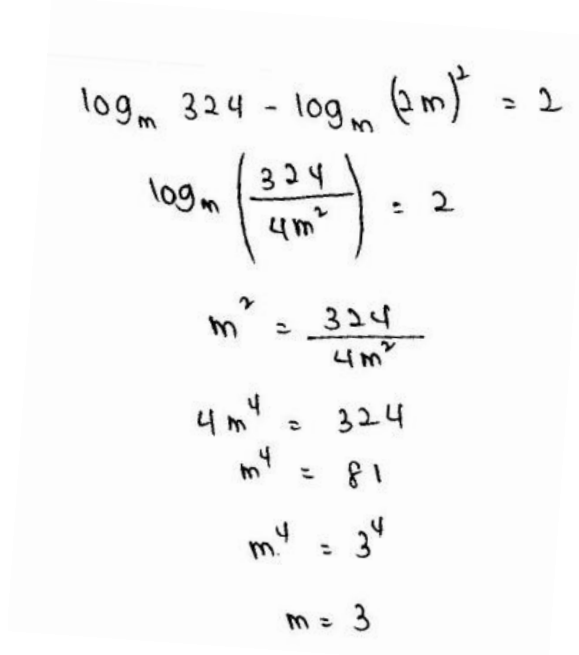
6 Solve the equation:

*Selesaikan persamaan:*

$$\log_m 324 - \log_{\sqrt{m}} 2m = 2$$

Berdasarkan maklumat yang diberikan, calon dikehendaki menyelesaikan persamaan yang melibatkan logaritma dengan menyatakan nilai  $m$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang



The image shows a handwritten solution for the equation  $\log_m 324 - \log_{\sqrt{m}} 2m = 2$ . The steps are as follows:

$$\begin{aligned}\log_m 324 - \log_m (2m)^2 &= 2 \\ \log_m \left( \frac{324}{4m^2} \right) &= 2 \\ m^2 &= \frac{324}{4m^2} \\ 4m^4 &= 324 \\ m^4 &= 81 \\ m^4 &= 3^4 \\ m &= 3\end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat **menukarkan asas logaritma** dengan tepat, **menggunakan hukum logaritma** untuk membentuk **logaritma tunggal**. Seterusnya **menukarkan bentuk logaritma kepada bentuk indeks** dan **menyatakan nilai  $m$**  dengan tepat dan jelas. Calon menunjukkan jalan kerja yang tersusun dan sistematik.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\log_m 324 - \log_m 4m^2 = 2$$

$$\log_m 324 - (\log_m 4 + \log_m m^2) = 2$$

$$\log_m 324 - \log_m 4 + 2\log_m m = 2$$

$$\log_m \frac{324}{4(2)} = 2$$

$$\frac{81}{2} = m^2$$

$$m = 6.364$$

Calon dapat **menukarkan asas logaritma** dan **menggunakan hukum logaritma** yang betul. Namun demikian, calon **cuai dalam manipulasi algebra** menyebabkan pembentukan logaritma tunggal yang salah.

### Soalan 7

7 It is given that the  $n^{\text{th}}$  term of a geometric progression is  $T_n = \frac{3r^{n-1}}{2}, r \neq k$ .

Diberi bahawa sebutan ke- $n$  bagi suatu jangjang geometri ialah  $T_n = \frac{3r^{n-1}}{2}, r \neq k$ .

State

Nyatakan

- (a) the value of  $k$ ,  
nilai  $k$ ,
- (b) the first term of the progression.  
sebutan pertama bagi jangjang itu.

Berdasarkan maklumat yang diberikan, calon dikehendaki menyatakan

(a) nilai bagi  $k$  yang memenuhi syarat bagi sesuatu jangjang.

(b) sebutan pertama dengan menggantikan nilai  $n$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$k = 1$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat **menyatakan nilai  $k$**  sebagai  $-1, 0$  atau  $1$  **secara penaakulan** dengan tepat dan jelas.

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{3r^{1-1}}{2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Calon dapat memberi nilai sebutan pertama dengan **menggantikan nilai  $n=1$**  dalam ungkapan  $T_n = \frac{3r^{n-1}}{2}$  dengan tepat.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$k = 2$$

$$T_1 = \frac{3(2)^0}{2}$$
$$= \frac{3}{2}$$

Berdasarkan jawapan contoh, **calon tidak dapat menyatakan nilai  $k$  dengan tepat** untuk cerai (a). Walau bagaimanapun, calon dapat **menggantikan nilai  $n=1$**  dalam ungkapan  $T_n = \frac{3r^{n-1}}{2}$  dan seterusnya **menyelesaikan persamaan** dan **menyatakan nilai sebutan pertama** dengan tepat untuk cerai (b).

### Soalan 8

8 It is given that the sum of the first  $n$  terms of an arithmetic progression is  $S_n = \frac{n}{2}[13 - 3n]$ .

Find the  $n^{\text{th}}$  term.

[3 marks]

*Diberi bahawa hasil tambah  $n$  sebutan pertama bagi suatu jantang aritmetik*

*ialah  $S_n = \frac{n}{2}[13 - 3n]$ .*

*Cari sebutan ke- $n$ .*

[3 markah]

Berdasarkan ungkapan yang diberikan, calon dikehendaki mencari sebutan ke- $n$ . Soalan memerlukan calon menggunakan rumus  $T_n = S_n - S_{n-1}$  atau mencari nilai sebutan pertama,  $a$  dan beza sepunya,  $d$ , seterusnya mengungkap dalam  $T_n$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned} &= \frac{n}{2} [13 - 3n] - \frac{n-1}{2} [13 - 3(n-1)] \\ &= \left( \frac{13n}{2} - \frac{3n^2}{2} \right) - \frac{n-1}{2} [13 - 3n + 1] \\ &= \left( \frac{13n}{2} - \frac{3n^2}{2} \right) - \frac{n-1}{2} (14 - 3n) \\ &= \left( \frac{13n}{2} - \frac{3n^2}{2} \right) - \left( \frac{14n-14}{2} - \frac{3n^2+3n}{2} \right) \\ &= \frac{13n}{2} - \frac{3n^2}{2} - \frac{14n}{2} + \frac{14}{2} + \frac{3n^2}{2} + \frac{3n}{2} \\ &= -2n + 7 \\ T_n &= -2n + 7 \end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon **menggunakan rumus**  $T_n = S_n - S_{n-1}$  untuk membentuk sebutan ke- $n$ . Setelah nilai  $n$  dan nilai  $n-1$  dimasukkan dalam rumus, calon melaksanakan **manipulasi algebra** dan **membentuk sebutan ke- $n$**  dengan tepat.

$$\begin{aligned}
S_1 &= \frac{1}{2}(13 - 3(1)) \\
a &= 5 \\
S_2 &= \frac{2}{2}(13 - 3(2)) \\
&= 7 \\
T_2 &= 7 - 5 \\
&= 2 \\
d &= 2 - 5 \\
&= -3 \\
T_n &= 5 + (n - 1)(-3) \\
&= 5 - 3n + 3 \\
&= 8 - 3n
\end{aligned}$$

Selain itu, terdapat calon menggunakan kaedah alternatif yang juga menjurus kepada jawapan akhir yang betul. Calon **mencari nilai sebutan pertama**,  $a = 5$  dan **beza sepunya**,  $d = -3$  dan seterusnya **membentuk sebutan ke- $n$** .

#### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{aligned}
S_2 &= \frac{2}{2}[13 - 3(2)] \\
&= 7 \\
S_1 &= \frac{1}{2}[13 - 3(1)] \\
&= 5 \\
T_2 &= S_2 - S_1 \\
&= 7 - 5 \\
&= 2
\end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon hanya mencari **nilai sebutan pertama** dan **sebutan kedua** sahaja. Calon **tidak meneruskan jalan kerja** untuk mencari nilai beza sepunya.

### Soalan 9

- 9 Diagram 5 shows the graph of the function  $f : x \rightarrow |1 - 2x|$  for the domain  $-2 \leq x \leq 4$ .

Rajah 5 menunjukkan graf bagi fungsi  $f : x \rightarrow |1 - 2x|$  untuk domain  $-2 \leq x \leq 4$ .

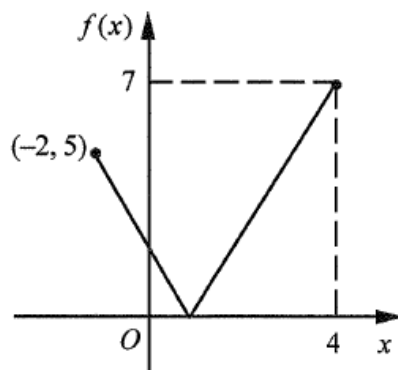


Diagram 5  
Rajah 5

State

*Nyatakan*

- (a) the object of 7,  
*objek bagi 7,*
- (b) the image of 3,  
*imej bagi 3,*
- (c) the domain of  $0 \leq f(x) \leq 5$ .  
*domain bagi  $0 \leq f(x) \leq 5$ .*

Berdasarkan Rajah 9 dan maklumat yang diberi, calon dikehendaki menyatakan

- (a) objek bagi 7
- (b) imej bagi 3
- (c) domain bagi  $0 \leq f(x) \leq 5$

### Contoh Jawapan Cemerlang

(a) 4

(b)  $f(x) = |1 - 2x|$   
 $= |1 - 2(3)|$   
 $= 5$

(c)  $-2 \leq x \leq 3$

Berdasarkan jawapan contoh, calon menjawab kesemua ceraiian dengan tepat dan jelas. Untuk ceraiian (a), calon **menyatakan objek bagi 7** dengan tepat. Untuk ceraiian (b), calon **menyatakan imej bagi 3** dengan tepat. Manakala untuk ceraiian (c), calon dengan cemerlang **menyatakan domain** bagi dengan  $0 \leq f(x) \leq 5$  betul dalam **bentuk julat**.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$(a) \quad 4$$

$$(b) \quad f(3) = |1-2(3)| \\ = 5 \\ \text{imej bagi } 3 = 5$$

$$(c) \quad \{0, 1, 2, 3\}$$

Calon menjawab kehendak soalan dengan tepat untuk cerai (a) dan (b). Calon menyatakan **objek bagi 7** dan **imej bagi 3** dengan tepat. Manakala untuk cerai (c), calon menyatakan domain dalam bentuk diskret dan tidak mengikut kehendak soalan.

## Soalan 10

- 10 Given the function  $g : x \rightarrow 2x - 8$ , find  
Diberi fungsi  $g : x \rightarrow 2x - 8$ , cari

(a)  $g^{-1}(x)$ ,

(b) the value of  $p$  such that  $g^2\left(\frac{3p}{2}\right) = 30$ .

nilai  $p$  dengan keadaan  $g^2\left(\frac{3p}{2}\right) = 30$ .

Berdasarkan fungsi yang diberikan, calon dikehendaki mencari

(a) Fungsi songsang bagi  $g(x)$ .

(b) Nilai bagi  $p$  dengan keadaan fungsi gubahan,  $g^2\left(\frac{3p}{2}\right) = 30$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad y &= 2x - 8 \\ 2x &= y + 8 \\ x &= \frac{y + 8}{2} \\ g^{-1}(x) &= \frac{x + 8}{2} \end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat menyatakan fungsi songsang,  $g^{-1}(x)$  dengan tepat dan betul mengikut kehendak soalan dalam ceraihan (a). Jawapan calon jelas menunjukkan calon faham **langkah demi langkah** dalam melaksanakan kaedah mencari fungsi songsang.

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad g\left(\frac{3p}{2}\right) &= 2\left(\frac{3p}{2}\right) - 8 \\ &= 3p - 8 \\ 2(3p - 8) - 8 &= 30 \\ 6p - 16 &= 38 \\ 6p &= 54 \\ p &= 9 \end{aligned}$$

Calon juga dapat mengaplikasikan **konsep fungsi gubahan** dengan tepat untuk mencari nilai  $p$  dalam ceraihan (b).

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{aligned} (a) \quad g(x) &= 2x - 8 \\ g^{-1}(x) &= \\ 2x - 8 &= y \\ 2x &= y + 8 \\ x &= \frac{y + 8}{2} \\ &= \frac{y}{2} + 4 \\ g^{-1}(x) &= \frac{x}{2} + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad g^2\left(\frac{3p}{2}\right) &= 30 \\ g[g(x)]\left(\frac{3p}{2}\right) &= 30 \\ 2(2p - 8)\left(\frac{3p}{2}\right) &= 30 \\ \underline{(4p - 16)\left(\frac{3p}{2}\right)} &= 30 \\ \frac{12p^2 - 48p}{2} &= 30 \\ 12p^2 - 48p &= 60 \\ 12p^2 - 48p - 60 &= 0 \\ p^2 - 4p - 5 &= 0 & \therefore p = 5 \\ (p - 5)(p + 1) &= 0 \\ p - 5 = 0 & \quad p + 1 = 0 \\ p = 5 & \quad p = -1 \end{aligned}$$

Calon dapat menyatakan fungsi songsang,  $g^{-1}(x)$  dengan tepat dengan **melaksanakan langkah penyelesaian** secara sistematik mengikut kehendak soalan dalam ceraihan (a).

Berdasarkan jawapan contoh, calon didapati **tidak menguasai konsep fungsi gubahan** dengan betul untuk mencari nilai  $p$  dalam memenuhi kehendak soalan ceraihan (b). Calon didapati keliru dengan kehendak soalan dengan menganggap  $g^2\left(\frac{3p}{2}\right)$  sebagai hasil

darab fungsi gubahan,  $g^2(x)$  dengan  $\left(\frac{3p}{2}\right)$ .

### Soalan 11

11 The quadratic function  $f$  is defined by  $f(x) = x^2 + 4x + h$ , where  $h$  is a constant.

*Fungsi kuadratik  $f$  ditakrifkan oleh  $f(x) = x^2 + 4x + h$ , dengan keadaan  $h$  ialah pemalar.*

(a) Express  $f(x)$  in the form  $(x+m)^2 + n$ , where  $m$  and  $n$  are constants.

*Ungkapkan  $f(x)$  dalam bentuk  $(x+m)^2 + n$ , dengan keadaan  $m$  dan  $n$  ialah pemalar.*

(b) Given the minimum value of  $f(x)$  is 8, find the value of  $h$ .

*Diberi nilai minimum bagi  $f(x)$  ialah 8, cari nilai  $h$ .*

Berdasarkan fungsi yang diberi, calon dikehendaki

- (a) mengungkapkan fungsi yang diberi dalam bentuk penyempurnaan kuasa dua,  $(x+m)^2 + n$ , dengan keadaan  $m$  dan  $n$  ialah pemalar,
- (b) mencari nilai bagi  $h$  jika diberi nilai minimum ialah 8. Soalan memerlukan calon menentukan dan mengaitkan hubungan nilai minimum dengan bentuk penyempurnaan kuasa dua.

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned} (a) \quad f(x) &= x^2 + 4x + h \\ f(x) &= x^2 + \left(\frac{4}{2}\right)x - \left(\frac{4}{2}\right)^2 + h \quad \therefore m=2 \quad n=-4+h \\ &= x^2 + 2^2 - 4 + h \\ &= \underline{(x+2)^2 - 4 + h} \\ &\text{Bandingkan } (x+m)^2 + n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad -4 + h &= 8 \\ h &= 12 \end{aligned}$$

Berdasarkan contoh jawapan ceraihan (a), calon **mengungkapkan fungsi** yang diberi dalam bentuk  $(x+m)^2 + n$  dengan tepat dengan menggunakan **kaedah penyempurnaan kuasa dua**. Calon menjawab dengan jelas dan teratur mengikut kehendak soalan yang hendak diuji.

Berdasarkan contoh jawapan ceraihan (b), calon menyatakan nilai bagi  $h$  dengan tepat dengan **membuat perkaitan hubungan** ungkapan  $-4+h$  dengan nilai minimum 8 mengikut kehendak soalan.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$(a) \quad -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{2} \\ = -2$$

$$(-2)^2 + 4(-2) + h = -4 + h$$

$$(x - 2)^2 = -4 + h$$

$$(b) \quad -4 + h = 8 \\ h = 12$$

Berdasarkan contoh jawapan bagi ceraihan (a), calon menggunakan **kaedah alternatif** iaitu mencari **nilai paksi simetri** dahulu menggunakan rumus  $-\frac{b}{2a}$  dan kemudian **menggantikan nilai** tersebut untuk mencari nilai sepadan. Walau bagaimanapun, jawapan akhir yang diberikan calon tidak tepat kerana **cuai dalam penggunaan tanda negatif** dalam persamaan penyempurnaan kuasa dua.

## Soalan 12

- 12 Find the range of values of  $x$  such that the quadratic function  $f(x) = 6 + 5x - x^2$  is negative.

*Cari julat nilai  $x$  dengan keadaan fungsi kuadratik  $f(x) = 6 + 5x - x^2$  ialah negatif.*

Soalan memerlukan calon mencari julat nilai  $x$  bagi fungsi kuadratik yang diberi, dengan keadaan  $f(x) = 6 + 5x - x^2$  ialah negatif.

### Contoh Jawapan Cemerlang

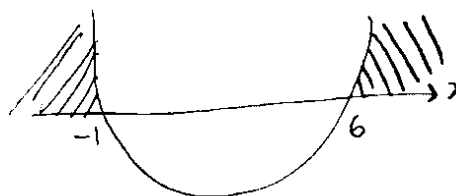
$$f(x) < 0$$

$$6 + 5x - x^2 < 0$$

$$-x^2 + 5x + 6 < 0$$

$$x^2 - 5x - 6 > 0$$

$$(x - 6)(x + 1) > 0$$



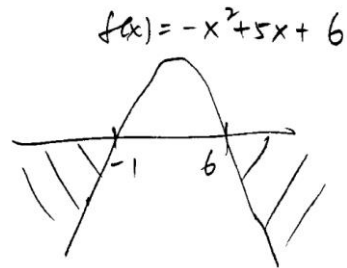
$$x < -1, \quad x > 6$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon berjaya **mentafsir dengan tepat kehendak** soalan dengan menyatakan dalam bahasa matematik,  $f(x) < 0$ . Seterusnya calon mampu membuat **pemfaktoran bagi ketaksamaan kuadratik** tersebut dan memberikan **julat yang betul** dengan **bantuan lakaran** gambar rajah.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{aligned}6 + 5x - x^2 &< 0 \\ -x^2 + 5x + 6 &< 0 \\ x^2 - 5x - 6 &> 0 \\ (x - 6)(x + 1) &> 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x - 6 &> 0 \\ x &> 6 \\ x + 1 &> 0 \\ x &> -1\end{aligned}$$



$$x > -1, x > 6$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon **mentafsir kehendak soalan** dengan menyatakan  $f(x) < 0$ . Calon juga mampu **membuat pemfaktoran** dan membuat **lakaran gambar rajah** yang betul. Namun demikian, calon **memberikan julat yang salah** sebagai jawapan akhir.

### Soalan 13

- 13 (a) It is given that one of the roots of the quadratic equation  $x^2 + (p+3)x - p^2 = 0$ , where  $p$  is a constant, is negative of the other.

Find the value of the product of roots.

*Diberi bahawa satu dari punca-punca bagi persamaan kuadratik  $x^2 + (p+3)x - p^2 = 0$ , dengan keadaan  $p$  ialah pemalar, adalah negatif kepada yang satu lagi.*

*Cari nilai bagi hasil darab punca.*

- (b) It is given that the quadratic equation  $mx^2 - 5nx + 4m = 0$ , where  $m$  and  $n$  are constants, has two equal roots.

Find  $m:n$ .

*Diberi bahawa persamaan kuadratik  $mx^2 - 5nx + 4m = 0$ , dengan keadaan  $m$  dan  $n$  ialah pemalar, mempunyai dua punca yang sama.*

*Cari  $m:n$ .*

- (a) Soalan memerlukan calon untuk mencari nilai bagi hasil darab punca bagi persamaan kuadratik  $x^2 + (p+3)x - p^2 = 0$  apabila diberi syarat satu dari punca adalah negatif yang satu lagi.
- (b) Soalan memerlukan calon untuk menggunakan pembeza layan  $b^2 - 4ac = 0$  dengan menggantikan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  dengan betul untuk mencari nisbah  $m:n$  dengan tepat.

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned} -p - 3 &= 0 \\ -p &= 3 \\ p &= -3 \\ \text{POR} &= -p^2 \\ &= -(-3)^2 \\ &= -9 \end{aligned}$$

Calon dapat **menyatakan hasil tambah punca dan hasil darab punca** daripada persamaan  $x^2 + (p+3)x - p^2 = 0$  sebagai  $\alpha + (-\alpha) = -(p+3)$  dan  $\alpha(-\alpha) = -p^2$ . Calon seterusnya dapat **menyamakan  $\alpha + (-\alpha) = 0$**  dengan  $0 = -(p+3)$  untuk mendapat nilai  $p$  dan seterusnya **mencari nilai bagi hasil darab punca**.

$$(-5n)^2 - 4(m)(4m) = 0$$

$$25n^2 - 16m^2 = 0$$

$$25n^2 = 16m^2$$

$$5n = 4m$$

$$\frac{m}{n} = \frac{5}{4}$$

$$m:n = 5:4$$

Calon dapat menggunakan syarat bagi pembeza layan yang betul iaitu  $b^2 - 4ac = 0$  bagi persamaan kuadratik  $mx^2 - 5nx + 4m = 0$  yang mempunyai dua punca yang sama untuk mencari nisbah  $m:n$ .

#### Contoh Jawapan Sederhana

$$n^2 + (p+3)n - p^2 = 0$$

$$\text{SOT} = p+3$$

$$\text{POR} = -p^2$$

$$p+3 = 0$$

$$p = -3$$

$$\begin{aligned} \text{POR} &= -(-3)^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Calon dapat menganggap punca sebagai  $\alpha$  dan  $-\alpha$ , serta dapat mencari nilai  $p$  tetapi tersilap dalam mencari nilai hasil darab punca.

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(-5n)^2 - 4(m)(4m) = 0$$

$$25n^2 - 16m^2 = 0$$

$$(25n^2 = 16m^2)$$

$$25n = 16m$$

$$16m = 25n$$

$$16:25$$

Calon dapat menggunakan syarat pembeza layan yang betul bagi dua punca yang sama, tetapi tidak dapat mencari  $m:n$  dengan tepat.

**Soalan 14**

14 Diagram 6 shows the graph of  $y = m \cos px - 1$  for  $0 \leq x \leq \pi$ .

*Rajah 6 menunjukkan graf  $y = m \cos px - 1$  untuk  $0 \leq x \leq \pi$ .*

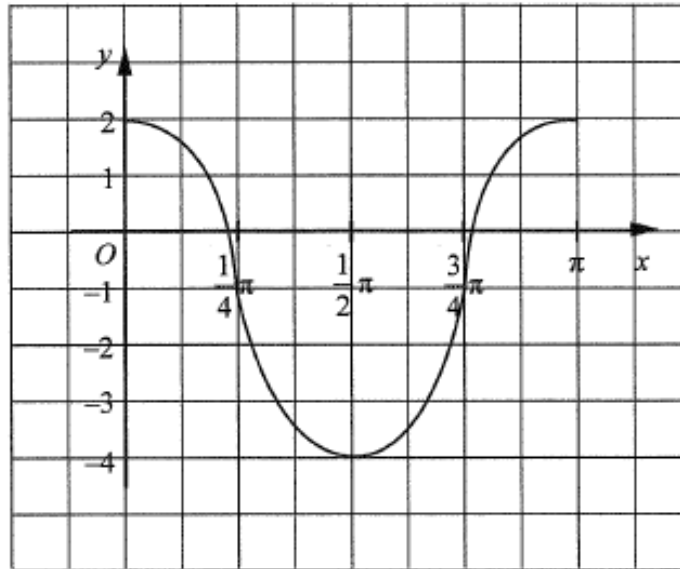


Diagram 6  
Rajah 6

State

*Nyatakan*

(a) the value of

*nilai bagi*

(i)  $m$ ,

(ii)  $p$ ,

(b) the number of solutions for  $m \cos px = -3$ .

*bilangan penyelesaian untuk  $m \cos px = -3$ .*

Berdasarkan rajah dan maklumat yang diberi, calon dikehendaki,

- (a) mencari nilai  $m$  yang mewakili amplitud dan nilai  $p$  yang mewakili kalaan bagi graf.
- (b) menghitung bilangan penyelesaian untuk  $m \cos px = -3$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$(a) \text{ (i) } m = 3$$

$$\text{(ii) } p = 2$$

$$(b) y + 1 = -3$$

$$y = -4$$

bilangan penyelesaian = 1

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat **mentafsir**  $y = m \cos px - 1$  untuk  $0 \leq x \leq \pi$  dengan **menghubungkan amplitud, kalaan dan translasi** untuk **menyatakan nilai  $m$  dan  $p$**  dengan tepat dan jelas, sesuai dengan kehendak soalan ceraihan (a).

Untuk ceraihan (b), calon boleh **mengenal pasti persamaan garis lurus**,  $y = -4$  untuk **menentukan bilangan penyelesaian** persamaan  $m \cos px = -3$  berdasarkan **titik persilangan** antara garis lurus  $y = -4$  dan lengkung  $y = m \cos px - 1$ . Calon dapat **menyatakan bilangan penyelesaian** dengan tepat.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$(a) \text{ (i) } m = 2$$

$$\text{(ii) } p = 2$$

(b) 2 bilangan penyelesaian

Berdasarkan jawapan contoh, calon **tidak dapat membuat perkaitan antara graf yang diberi dan kehendak item**. Untuk ceraihan (a), calon **tersilap mengira amplitud graf dari  $y = 0$** , menyebabkan calon memberikan nilai  $m$  yang salah. Calon memberikan nilai  $p$  dengan tepat dengan **mengira nilai kalaan** berdasarkan julat  $0 \leq x \leq \pi$ .

Untuk ceraihan (b), calon menganggap  $y = -3$  memuaskan persamaan  $m \cos px = -3$ . Apabila  $y = -3$  maka calon **menyatakan bilangan penyelesaian yang tidak tepat**.

### Soalan 15

15 It is given that  $\cos \alpha = t$  where  $t$  is a constant and  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

Diberi bahawa  $\cos \alpha = t$  dengan keadaan  $t$  ialah pemalar dan  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

Express in terms of  $t$

Ungkapkan dalam sebutan  $t$

(a)  $\sin(180^\circ + \alpha)$ ,

(b)  $\sec 2\alpha$ .

$\sec 2\alpha$ .

Berdasarkan maklumat yang diberi, soalan memerlukan calon mengembangkan persamaan  $\sin(180^\circ + \alpha)$  dengan menggunakan rumus penambahan, dan  $\sec 2\alpha$  menggunakan rumus sudut berganda dan seterusnya mengungkapkan jawapan dalam sebutan  $t$  yang memenuhi maklumat yang diberi iaitu  $\cos \alpha = t$  dan julat  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned} & \sin 180 \cos \alpha + \cos 180 \sin \alpha \\ & (-1) (\sqrt{1^2 - t^2}) \\ & - \sqrt{1^2 - t^2} \end{aligned}$$

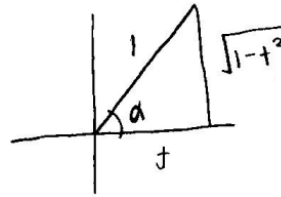
Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat menjawab ceraihan (a) dengan tepat. Calon mencari nilai  $\sin \alpha$  dalam sebutan  $t$  dengan menggunakan **Teorem Pythagoras** dan dapat mengembangkan  $\sin(180^\circ + \alpha)$  **menggunakan rumus penambahan**. Seterusnya, **mengungkapkan jawapan dalam sebutan  $t$**  dengan tepat.

$$\begin{aligned} \sec 2\alpha &= \frac{1}{\cos 2\alpha} \\ &= \frac{1}{2 \cos^2 \alpha - 1} \\ &= \frac{1}{2(t)^2 - 1} \\ &= \frac{1}{2t^2 - 1} \end{aligned}$$

Untuk ceraihan (b), calon memberikan jawapan dengan tepat dan jelas. Calon **mengguna identiti trigonometri**  $\sec 2\alpha = \frac{1}{\cos 2\alpha}$  dan  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$  dengan betul dan **melaksanakan manipulasi algebra** untuk mencari  $\sec 2\alpha$ .

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{aligned}\sin(180^\circ + \alpha) \\ &= 0 + \sin \alpha \\ &= \sqrt{1-t^2}\end{aligned}$$



Untuk ceraihan (a), calon dapat **melukis segitiga bersudut tegak** dengan betul tetapi **tertinggal tanda negatif** semasa memberikan jawapan akhir.

$$\begin{aligned}\frac{1}{\cos 2\alpha} &= \frac{1}{1 - 2 \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{1}{1 - 2(\sqrt{1-t^2})^2} \\ &= \frac{1}{1 - 2(1-t^2)} \\ &= \frac{1}{1 - 2 + 2t^2} \\ &= -\frac{1}{1+2t^2}\end{aligned}$$

Untuk ceraihan (b), calon dapat **menggunakan rumus sudut berganda** dengan betul tetapi melakukan **kesilapan manipulasi algebra** menyebabkan jawapan akhir yang diberikan tidak tepat.

### Soalan 16

- 16 Diagram 7 shows two sectors  $AOD$  and  $BOC$  of two concentric circles with centre  $O$ .

Rajah 7 menunjukkan dua buah sektor  $AOD$  dan  $BOC$  bagi dua bulatan dengan pusat sepunya  $O$ .

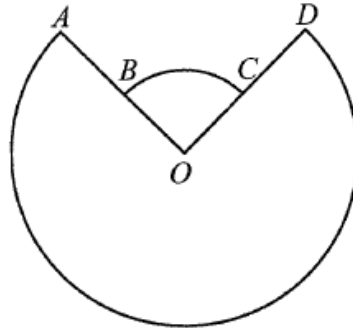


Diagram 7  
Rajah 7

The angle subtended at the centre  $O$  by the major arc  $AD$  is  $7\alpha$  radians and the perimeter of the whole diagram is 50 cm.

Given  $OB = r$  cm,  $OA = 2OB$  and  $\angle BOC = 2\alpha$ , express  $r$  in terms of  $\alpha$ .

Sudut yang dicangkum pada pusat  $O$  oleh lengkok major  $AD$  ialah  $7\alpha$  radian dan perimeter seluruh rajah ialah 50 cm.

Diberi  $OB = r$  cm,  $OA = 2OB$  dan  $\angle BOC = 2\alpha$ , ungkapkan  $r$  dalam sebutan  $\alpha$ .

Daripada rajah dan maklumat yang diberi, soalan memerlukan calon mencari panjang lengkok major  $AD$  dan panjang lengkok minor  $BC$  bulatan itu dan menyamakan perimeter rajah itu dengan 50, seterusnya mengungkapkan  $r$  dalam sebutan  $\alpha$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$2r(7\alpha) + 2r + (2\alpha r) = 50$$

$$14\alpha r + 2r + 2\alpha r = 50$$

$$16\alpha r + 2r = 50$$

$$r(16\alpha + 2) = 50$$

$$r = \frac{50}{16\alpha + 2}$$

$$r = \frac{25}{8\alpha + 1}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon berjaya mentafsir kehendak soalan dengan **mencari panjang lengkok major  $AD$**  dan **panjang lengkok minor  $BC$**  bulatan itu dan **menyamakan perimeter rajah** itu dengan nilai 50. Seterusnya calon **mengungkapkan  $r$**  dalam sebutan  $\alpha$  dengan tepat dalam **bentuk teringkas**.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$2r(7a) + r(2a) + 2r = 50$$

$$14ra + 2ra = 50 - 2r$$

$$16ra + 2r = 50$$

$$2r(8a+1) = 50$$

$$2r = \frac{50}{8a+1}$$

$$r = \frac{50}{8a+1} \times \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{50}{16a+2}$$

Calon melaksanakan langkah-langkah pengiraan dengan baik dengan mencari panjang lengkok major AD dan panjang lengkok minor BC bulatan. Namun demikian, calon **tidak menulis jawapan dalam bentuk teringkas**.

### Soalan 17

17 It is given that  $\int \frac{5}{(2x+3)^n} dx = \frac{p}{(2x+3)^5} + c$ , where  $c$ ,  $n$  and  $p$  are constants.

Find the value of  $n$  and of  $p$ .

*Diberi bahawa  $\int \frac{5}{(2x+3)^n} dx = \frac{p}{(2x+3)^5} + c$ , dengan keadaan  $c$ ,  $n$  dan  $p$*

*ialah pemalar.*

*Cari nilai  $n$  dan nilai  $p$ .*

Berdasarkan maklumat yang diberikan, calon dikehendaki melaksanakan proses pengamiran atau pembezaan. Seterusnya membuat perbandingan untuk mendapatkan nilai  $n$  dan nilai  $p$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned}y &= \frac{p}{(2x+3)^5} \\ &= p(2x+3)^{-5} \\ \frac{dy}{dx} &= -5(p(2x+3)^{-6})(2) \\ &= \frac{-10p}{(2x+3)^6} \\ n &= 6 \\ -10p &= 5 \\ p &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat **melaksanakan proses pembezaan** dengan tepat dan seterusnya membuat **perbandingan dengan maklumat yang sepadan** dalam soalan. Calon **menyatakan nilai  $n$  dan nilai  $p$**  dengan tepat dan jelas.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{aligned} & \int 5(2x+3)^5 \\ &= \frac{5(2x+3)^{-4+1}}{(-4+1)(2)} \\ &= \frac{5}{(-4+1)(2)(2x+3)^{-4}} \\ &= \frac{5}{(-2x+2)(2x+3)^{-4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{-2x+2} &= p & n+1 &= 5 \\ & & n &= 4 \\ \frac{5}{-2(4)+2} &= p \\ p &= \frac{-5}{6} \end{aligned}$$

Calon dapat melaksanakan proses pengamiran dengan betul. Namun demikian, calon **tidak dapat membuat perbandingan** secara kritis antara fungsi yang telah dikamir dengan fungsi yang diberi dalam soalan sehinggakan calon tidak dapat memberikan nilai  $n$  dan nilai  $p$  dengan tepat.

### Soalan 18

- 18 A straight line passes through  $P(3, 1)$  and  $Q(12, 7)$ . The point  $R$  divides the line segment  $PQ$  such that  $2PQ = 3RQ$ .

Find the coordinates of  $R$ .

*Satu garis lurus melalui  $P(3, 1)$  dan  $Q(12, 7)$ . Titik  $R$  membahagi tembereng garis  $PQ$  dengan keadaan  $2PQ = 3RQ$ .*

*Cari koordinat  $R$ .*

Berdasarkan maklumat yang diberi, calon dikehendaki mencari koordinat bagi titik  $R$  yang membahagikan tembereng garis dengan nisbah  $2PQ = 3RQ$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned}(x, y) &= \left( \frac{3(2) + 12(1)}{3}, \frac{1(2) + 7(1)}{3} \right) \\ &= (6, 3) \\ R &= (6, 3)\end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat mencari koordinat titik  $R$  dengan **mengenal pasti nisbah sebenar**, 1:2 dari persamaan  $2PQ = 3RQ$  yang diberi dan **memasukkan maklumat dalam rumus** dengan betul. Jalan kerja yang kemas dan ringkas.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{aligned}\frac{2(3) + 1(2)}{3} &= x ; \quad \frac{2(1) + 1(7)}{3} = y \\ x &= \frac{8}{3} \quad y = 3 \\ &( \frac{8}{3}, 3 )\end{aligned}$$

Walaupun calon **dapat mengenal pasti nisbah 1:2** daripada maklumat yang diberi di dalam soalan, calon didapati **tidak mengganti nilai-nilai** yang tepat dalam rumus tembereng garis, menyebabkan calon tidak memperoleh markah penuh.

### Soalan 19

- 19 The variables  $x$  and  $y$  are related by the equation  $y = x + \frac{r}{x^2}$ , where  $r$  is a constant. Diagram 8 shows a straight line graph obtained by plotting  $(y-x)$  against  $\frac{1}{x^2}$ .

Pembolehubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $y = x + \frac{r}{x^2}$ , dengan keadaan  $r$  ialah pemalar. Rajah 8 menunjukkan graf garis lurus yang diperolehi dengan memplotkan  $(y-x)$  melawan  $\frac{1}{x^2}$ .

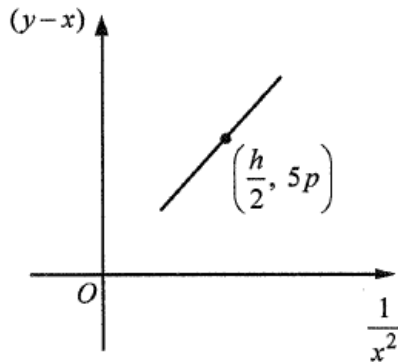


Diagram 8  
Rajah 8

Express  $h$  in terms of  $p$  and  $r$ .

Ungkapkan  $h$  dalam sebutan  $p$  dan  $r$ .

Berdasarkan rajah dan maklumat yang diberi, calon dikehendaki mengungkapkan  $h$  dalam sebutan  $p$  dan  $r$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$(y-x) = r \left( \frac{1}{x^2} \right)$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 $y$                        $m$                        $x$

$$5p = r \left( \frac{h}{2} \right)$$

$$\frac{h}{2} = \frac{5p}{r}$$

$$h = \frac{10p}{r}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat mengungkapkan  $h$  dalam sebutan  $p$  dan  $r$  dengan tepat dan jelas. Calon melaksanakan langkah penyelesaian dengan **menukarkan persamaan bukan linear kepada persamaan linear**, seterusnya **memasukkan nilai koordinat** yang diberi di dalam rajah dengan tepat. Calon kemudiannya melakukan **manipulasi algebra** untuk menjadikan  **$h$  sebagai perkara rumus**. Calon menunjukkan jalan kerja yang kemas dan sistematik.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{aligned}y &= x + \frac{r}{x^2} \\y - x &= \frac{r}{x^2} \\y - x &= r \left( \frac{1}{x^2} \right) \\s_p &= r \left( \frac{h}{2} \right) \\s_p &= \frac{r h}{2} \\p &= \frac{r h}{10}\end{aligned}$$

Calon dapat menukarkan persamaan bukan linear kepada linear dengan betul dan melakukan penggantian nilai koordinat dengan tepat. Namun demikian, calon **tersilap mengungkapkan  $p$  sebagai perkara rumus** dan bukan  $h$  seperti kehendak soalan.

## Soalan 20

- 20 Table 1 shows the distribution of marks for 40 students in an Additional Mathematics test. The number of students for the class interval 40 – 59 is not stated.

*Jadual 1 menunjukkan taburan markah bagi 40 orang murid dalam ujian Matematik Tambahan. Bilangan murid bagi selang kelas 40 – 59 tidak dinyatakan.*

Marks <i>Markah</i>	Number of students <i>Bilangan murid</i>
0 – 19	4
20 – 39	10
40 – 59	
60 – 79	8
80 – 99	7

Table 1  
*Jadual 1*

- (a) State the modal class.  
*Nyatakan kelas mod.*
- (b) En. Idzam, the subject teacher, intends to give a reward to the top ten students. Those students who achieve the minimum mark in the top ten placing will be considered to receive the reward. Erica obtains 74 marks.

Does Erica qualify to be considered to receive the reward? Give your reason.

*En. Idzam, guru mata pelajaran, berhasrat untuk memberi ganjaran kepada sepuluh murid terbaik. Murid-murid yang mencapai markah minimum dalam kedudukan sepuluh terbaik akan dipertimbangkan untuk menerima ganjaran tersebut. Erica memperoleh 74 markah.*

*Adakah Erica layak dipertimbangkan untuk menerima ganjaran itu? Beri sebab anda.*

Berdasarkan jadual dan maklumat yang diberikan, calon dikehendaki

- (a) menyatakan kelas mod,  
(b) mencari nilai kuartil ketiga,  $Q_3$  dengan mengaplikasi rumus kuartil ketiga dan membuat perkaitan dalam menjawab persoalan kelayakan Erica untuk menerima ganjaran.

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$(a) 40-59$$

$$\begin{aligned}(b) \text{ kuartil } 3 &= \text{ kelas } 60-79 \\ &= 59.5 + \left( \frac{\frac{3}{4}(40) - 25}{8} \right) 20 \\ &= 59.5 + 12.5 \\ &= 72 \text{ markah}\end{aligned}$$

Ya, Erica layak dipertimbangkan untuk mendapat ganjaran tersebut kerana dia memperoleh 74 markah. Markah minimum dalam 10 pelajar terbaik ialah 72 markah.

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat **menyatakan kelas mod** dengan tepat bagi menjawab soalan cerai (a).

Untuk cerai (b), calon didapati memahami kehendak soalan bahawa **markah minimum untuk menerima ganjaran adalah kuartil ketiga**,  $Q_3$  iaitu  $\frac{3}{4}$  daripada 40 orang murid.

Calon melaksanakan **pengiraan rumus kuartil ketiga** dengan penggantian nilai-nilai yang diperolehi daripada jadual. Calon juga **memberi justifikasi** mengapa Erica layak menerima ganjaran berdasarkan nilai kuartil ketiga yang telah dicari.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$1) \text{ kelas mod} = 40-59$$

b) Layak

$$\begin{aligned}m &= 59.5 + \left( \frac{\frac{3}{4}(40) - 25}{8} \right) (20) \\ &= 1197\end{aligned}$$

Bagi soalan cerai (a), calon menyatakan kelas mod dengan tepat dan jelas. Manakala untuk cerai (b), walaupun calon memahami kehendak soalan dan melaksanakan langkah penyelesaian yang perlu termasuk pengiraan rumus kuartil ketiga dengan betul, calon **cuai di peringkat akhir penyelesaian** dengan memberikan nilai akhir yang salah; mungkin disebabkan **kecuaiannya menekan kalkulator**.

## Soalan 21

21 A biased cube dice is thrown. The probability of getting the number '4' is  $\frac{1}{16}$

and the probabilities of getting other than number '4' are equal to each other.

If the dice is thrown twice, find the probability of getting two different numbers.

Give your answer in the simplest fraction form.

*Sebiji dadu berbentuk kubus yang tidak adil dilambung. Kebarangkalian mendapat*

*angka '4' ialah  $\frac{1}{16}$  dan kebarangkalian mendapat selain daripada nombor '4' adalah*

*sama antara satu sama lain.*

*Jika dadu itu dilambung dua kali, cari kebarangkalian mendapat dua nombor yang berlainan.*

*Beri jawapan anda dalam bentuk pecahan termudah.*

Berdasarkan maklumat yang diberi, calon dikehendaki mencari kebarangkalian peristiwa mendapat dua nombor yang berlainan sekiranya sebiji dadu tidak adil dilambung sebanyak dua kali. Jawapan bagi nilai tersebut perlu dalam bentuk termudah.

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned} \text{nombor '4'} &= \frac{1}{16} \quad \text{nombor '1' atau '2' atau '3' atau '5' atau '6'} \\ &= \left(1 - \frac{1}{16}\right) \div 5 \\ &= \frac{3}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{3}{16} \times \frac{13}{16}\right) + \left(\frac{3}{16} \times \frac{13}{16}\right) + \left(\frac{3}{16} \times \frac{13}{16}\right) + \left(\frac{1}{16} \times \frac{15}{16}\right) + \left(\frac{3}{16} \times \frac{13}{16}\right) + \left(\frac{3}{16} \times \frac{13}{16}\right) \\ &= \frac{39}{256} + \frac{39}{256} + \frac{39}{256} + \frac{15}{256} + \frac{39}{256} + \frac{39}{256} \\ &= \frac{105}{128} \end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon secara sistematik dan tersusun memberikan jawapan dalam bentuk pecahan termudah. Sebagai langkah penyelesaian awal, calon mencari **kebarangkalian peristiwa mendapat nombor '4' dan peristiwa mendapat nombor '1', '2', '3', '5' dan '6'**. Seterusnya, dengan maklumat yang dicari tadi, calon melakukan pengiraan bagi mencari **kebarangkalian mendapat dua nombor yang berlainan** dengan tepat menggunakan **kaedah penambahan** dan memberikan jawapan dalam **bentuk pecahan termudah**.

$$1 - \left[ \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} \right] - \left[ \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} \right] - \left[ \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} \right] - \left[ \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{16} \right] - \left[ \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} \right] - \left[ \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} \right]$$

$$1 - \frac{23}{128}$$

$$\frac{105}{128}$$

Contoh jawapan calon yang menggunakan kaedah lain. Sama seperti calon sebelum, calon ini mencari **kebarangkalian peristiwa mendapat nombor '4' dan peristiwa mendapat nombor '1', '2', '3', '5' dan '6'**. Seterusnya, calon ini juga melakukan pengiraan bagi mencari **kebarangkalian mendapat dua nombor yang berlainan dengan tepat tetapi calon ini menggunakan kaedah penolakan** dan memberikan jawapan dalam **bentuk pecahan termudah**. Juga satu contoh jawapan yang cemerlang.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\left( \frac{3}{16} \times \frac{3}{16} \right)^4 + \left( \frac{3}{16} \times \frac{1}{16} \right)$$

$$\frac{5}{32} + \left( \frac{9}{64} \right)^5 + \left( \frac{3}{256} \right)^5$$

$$\frac{5}{32} + \frac{45}{64} + \frac{15}{256} = \frac{235}{256}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat mencari kebarangkalian peristiwa mendapat nombor '4' dan peristiwa mendapat nombor '1', '2', '3', '5' dan '6'. Namun demikian, calon didapati **tidak dapat mengambil kira semua kesudahan yang mungkin bagi gabungan peristiwa** yang diperlukan untuk memenuhi kehendak soalan.

## Soalan 22

- 22 Dahlia has a home decorations shop. One day, Dahlia received 14 sets of cups from a supplier. Each set contained 6 pieces of cups of different colours.

*Dahlia mempunyai sebuah kedai barangan perhiasan rumah. Pada suatu hari, Dahlia menerima 14 set cawan daripada seorang pembekal. Setiap set mengandungi 6 biji cawan yang berlainan warna.*

- (a) Dahlia chooses 3 sets of cups at random to be checked.

Find the number of different ways that Dahlia uses to choose those sets of cups.

*Dahlia memilih 3 set cawan secara rawak untuk diperiksa.*

*Cari bilangan cara yang berlainan yang digunakan oleh Dahlia untuk memilih set-set cawan itu.*

- (b) Dahlia takes a set of cups to display by arranging it in a row.

Find the number of different ways the cups can be arranged such that the blue cup is not placed next to the red cup.

*Dahlia mengambil satu set cawan untuk dipamerkan dengan menyusunnya secara sebaris.*

*Cari bilangan cara yang berlainan cawan-cawan itu boleh disusun dengan keadaan cawan berwarna biru tidak diletak bersebelahan cawan berwarna merah.*

Berdasarkan kepada maklumat yang diberi, calon dikehendaki mencari

- (a) bilangan cara yang berlainan untuk memilih 3 set cawan daripada 14 set cawan. Soalan ini memerlukan calon melaksanakan penyelesaian gabungan dengan menggunakan rumus  ${}^nC_r$ .
- (b) bilangan cara yang berlainan cawan-cawan boleh disusun dengan keadaan cawan berwarna biru tidak diletak bersebelahan cawan berwarna merah. Soalan ini memerlukan calon mengaplikasikan konsep pilihatur.

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$(a) \quad {}^{14}C_3 = 364$$

(b) Cawan berwarna biru diletak bersebelahan merah

$$= 5! \times 2!$$

$$= 240$$

Bilangan cawan berwarna biru tidak diletak bersebelahan merah

$$= 6! - (5! \times 2!)$$

$$= 720 - 240$$

$$= 480$$

$$= 480$$

Bagi cerai (a), calon dapat mengaplikasikan konsep gabungan dengan memasukkan nilai yang diperolehi dari soalan ke dalam rumus  ${}^nC_r$ .

Bagi cerai (b), calon dapat mentafsir maklumat yang diberi dan mengapikasi konsep pilihatur untuk mencari bilangan cara yang berlainan dengan keadaan cawan berwarna biru tidak diletak bersebelahan cawan berwarna merah. Strategi penyelesaian yang dilaksanakan calon tersusun dan sistematik. Calon pada mulanya mencari bilangan cara cawan berwarna biru diletak bersebelahan dan kemudian menolak nilai tersebut dengan bilangan cara cawan disusun tanpa syarat susunan.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$a) \quad {}^{14}C_3 = 364$$

$$b) \quad {}^6P_6 = 720$$

$${}^5P_5 \times {}^2P_1 = 240$$

$$720 - 240 = 480$$

Berdasarkan jawapan calon, calon mampu menyelesaikan soalan cerai (a) dengan tepat. Namun demikian, bagi cerai (b), calon melaksanakan langkah penyelesaian  ${}^6P_6$  dan  ${}^5P_5 \times {}^2P_1$  sahaja dan tidak meneruskan pengiraan seterusnya untuk mencari jawapan akhir.

### Soalan 23

- 23 A set of data consists of 2, 3, 4, 5 and 6. Each number in the set is multiplied by  $m$  and added by  $n$ , where  $m$  and  $n$  are integers. It is given that the new mean is 17 and the new standard deviation is 4.242.

Find the value of  $m$  and of  $n$ .

*Satu set data terdiri daripada 2, 3, 4, 5 dan 6. Setiap nombor didarab dengan  $m$  dan ditambah dengan  $n$ , dengan keadaan  $m$  dan  $n$  adalah integer. Diberi bahawa min baharu ialah 17 dan sisihan piawai baharu ialah 4.242.*

*Cari nilai  $m$  dan nilai  $n$ .*

Berdasarkan maklumat yang diberi, soalan memerlukan calon mencari nilai  $m$  dan  $n$ . Soalan ini menguji pemahaman calon tentang kesan perubahan ke atas sukatan kecenderungan memusat dan sukatan serakan sekiranya setiap data dalam set data yang diberikan didarabkan dengan  $m$  dan ditambah dengan  $n$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned}n &= 5 \\ \sum x &= 20 \\ \bar{x}_{\text{lama}} &= \frac{20}{5} \\ &= 4 \\ \sigma &= \sqrt{\frac{90}{5} - 16} \\ \sigma_{\text{lama}} &= 1.414 \\ 1.414 m &= 4.242 \\ m &= 3\end{aligned}$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon **menggunakan rumus** dengan betul untuk mendapatkan **nilai min dan sisihan piawai data asal** dengan tepat. Calon didapati **memahami kesan ke atas perubahan** sukatan kecenderungan memusat dan sukatan serakan sekiranya suatu pemalar didarab atau ditambah pada setiap data. Seterusnya calon **membentuk persamaan** bagi min baharu dan sisihan piawai baharu. Dengan menggunakan dua persamaan tersebut, calon melaksanakan **operasi persamaan serentak** untuk mencari nilai  $m$  dan nilai  $n$  dengan tepat.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$\begin{aligned}\text{min asal} &= \frac{2+3+4+5+6}{5} \\ &= 4\end{aligned}$$

$$17 = 4(m) + n$$

$$n = 17 - 4m$$

$$\text{Sisihan piawai asal} = \sqrt{\frac{90}{5} - (4^2)}$$

$$= 1.4142$$

$$4.242 = m \times 1.4142$$

$$m = 2.9996$$

$$n = 17 - 4(2.9996)$$

$$= 5.002$$

Calon dapat menggunakan rumus dengan betul untuk mencari nilai min dan sisihan piawai data asal. Calon juga dapat membentuk persamaan bagi min baharu dan sisihan piawai baharu. Walau bagaimanapun, calon **tidak dapat menyatakan nilai  $m$  dan nilai  $n$**  dengan tepat kerana calon **terlalu awal membundarkan** nilai  $\sqrt{2}$ .

**Soalan 24**

- 24 Diagram 9 shows the graph of binomial distribution  $X \sim B(3, p)$ .  
*Rajah 9 menunjukkan graf bagi taburan binomial  $X \sim B(3, p)$ .*

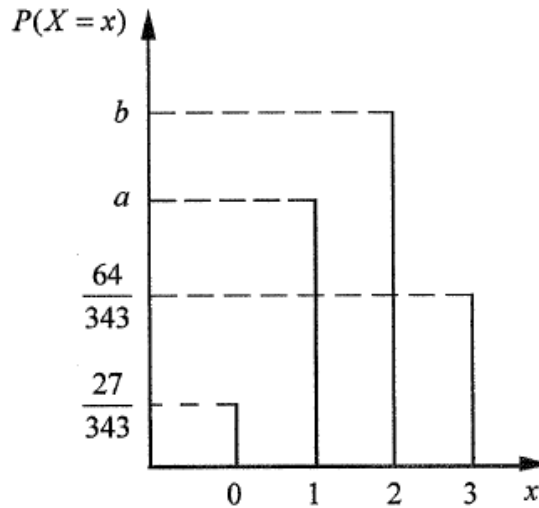


Diagram 9  
*Rajah 9*

- (a) Express  $P(X = 0) + P(X > 2)$  in terms of  $a$  and  $b$ .  
*Ungkapkan  $P(X = 0) + P(X > 2)$  dalam sebutan  $a$  dan  $b$ .*
- (b) Find the value of  $p$ .  
*Cari nilai  $p$ .*

Daripada rajah dan maklumat yang diberi, calon dikehendaki

- (a) mengungkapkan  $P(X = 0) + P(X > 2)$  dalam sebutan  $a$  dan  $b$ ,  
(b) mencari nilai  $p$ . Terdapat beberapa pendekatan untuk menyelesaikan soalan ini, sama ada menggunakan  $P(X = 0)$  atau  $P(X = 3)$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$\begin{aligned} a) \quad & 1 - (P(X=1) + P(X=2)) \\ & 1 - (a+b) \\ & 1 - a - b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad & {}_3C_3 \cdot p^3 \cdot q^0 = \frac{64}{343} \\ & p^3 = \frac{64}{343} \\ & p = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

Untuk menyelesaikan soalan ceraihan (a), calon menggunakan strategi **menggantikan maklumat** dari soalan ke dalam ungkapan  $1 - P(X=1) - P(X=2)$  yang setara dengan kehendak soalan. Calon dapat mengungkapkan  $P(X=0) + P(X > 2)$  dalam sebutan  $a$  dan  $b$  dengan tepat.

Untuk ceraihan (b), calon **menggunakan pendekatan**  $P(X=3)$  untuk mencari nilai  $p$  dengan tepat. Calon ini faham bahawa nilai  ${}^nC_n = 1$ .

### Contoh Jawapan Sederhana

$$a) \quad \frac{27}{343} + \left(1 - \frac{27}{343} - a - b\right) = 1 - a - b$$

$$\begin{aligned} b) \quad & {}_3C_0 p^0 q^3 = \frac{27}{343} \\ & q^3 = \frac{27}{343} \\ & q = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Untuk ceraihan (a), calon menggunakan **pendekatan yang agak panjang** dengan **menggantikan nilai dari rajah** ke  $P(X=0) + (1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2))$  dan mengungkapkan  $P(X=0) + P(X > 2)$  dalam sebutan  $a$  dan  $b$  mengikut kehendak soalan.

Manakala untuk ceraihan (b), calon **menggunakan pendekatan**  $P(X=0)$  untuk mencari nilai  $p$  dengan tepat. Calon ini faham bahawa nilai  ${}^nC_0 = 1$ . Namun demikian, calon **tidak menyelesaikan hubungan**  $p + q = 1$  untuk mencari nilai  $p$ . Jawapan diberikan dalam nilai  $q$  sahaja.

## Soalan 25

- 25 Diagram 10 shows a standard normal distribution graph.  
*Rajah 10 menunjukkan satu graf taburan normal piawai.*

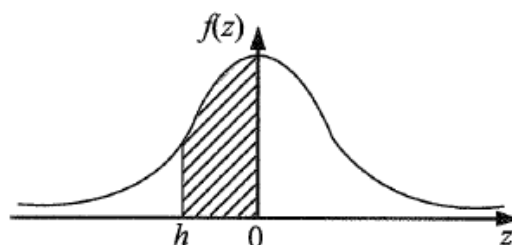


Diagram 10  
*Rajah 10*

The probability represented by the area of the shaded region is 0.2881.  
*Kebarangkalian yang diwakili oleh luas kawasan berlorek ialah 0.2881.*

- (a) Find the value of  $h$ .  
*Cari nilai  $h$ .*
- (b)  $X$  is a continuous random variable which is normally distributed with a mean,  $\mu$  and a variance of 16.

Find the value of  $\mu$  if the  $z$ -score of  $X = 58.8$  is  $h$ .

*$X$  ialah pembolehubah rawak selanjar bertaburan secara normal dengan min,  $\mu$  dan varians 16.*

*Cari nilai  $\mu$  jika skor- $z$  bagi  $X = 58.8$  ialah  $h$ .*

Berdasarkan rajah dan maklumat yang diberi, calon dikehendaki mencari

- (a) nilai bagi  $h$  dengan mengaitkan luas di bawah graf dari rajah yang diberi dan jadual taburan normal piawai,
- (b) nilai min,  $\mu$ , jika skor- $z$  bagi  $X = 58.8$  dengan membuat perkaitan nilai  $h$  yang diperolehi dari ceraihan (a) dan rumus  $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ .

### Contoh Jawapan Cemerlang

$$P(Z < h) = 0.2119$$
$$h = -0.8$$

Berdasarkan jawapan contoh, calon dapat **mencari luas di bawah graf** taburan normal hujung bawah bagi nilai skor-z, dengan melakukan operasi  $0.5 - 0.2881 = 0.2119$ . Seterusnya dengan **membaca jadual taburan normal** atau menggunakan kalkulator grafik, calon **memperoleh nilai  $h$  yang setara** dengan luas yang dicari. Calon menyatakan nilai  $h$  **dengan tanda negatif** dengan tepat dan jelas. Jalan kerja yang ringkas dan padat.

$$\frac{58.8 - \mu}{4} = -0.8$$
$$58.8 - \mu = -3.2$$
$$\mu = 62$$

Untuk ceraihan (b), calon membuat **perkaitan rumus**  $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  dengan **menggantikan nilai  $h$  daripada ceraihan (a)** dan **nilai sisihan piawai daripada soalan** dengan cemerlang. Setelah itu, calon melakukan **manipulasi algebra** untuk mencari nilai  $h$  dengan tepat dan jelas.

### Contoh Jawapan Sederhana

$$h = 0.8$$

Untuk ceraihan (a), walaupun calon dapat mencari nilai yang setara dengan luas di bawah graf, calon **tidak menguasai konsep bahawa nilai  $h$  adalah negatif** sekiranya berada di sebelah kiri paksi simetri  $z = 0$ .

$$\frac{58.8 - \mu}{4} = 0.8$$
$$58.8 - \mu = 3.2$$
$$\mu = 55.6$$

Walaupun calon dapat membuat perkaitan rumus  $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  dengan nilai  $h$  dan nilai sisihan piawai, calon tidak dapat memberikan nilai sisihan piawai yang tepat mengikut kehendak soalan kerana **nilai  $h$  daripada ceraihan (a) tidak tepat**.

## SARANAN KEPADA CALON

1. Calon dinasihatkan untuk meneliti dan menguasai konsep matematik dan membuat banyak latihan untuk menguasai kemahiran penyelesaian masalah.
2. Calon dinasihatkan untuk membiasakan diri dalam mengaplikasikan konsep asas matematik kepada masalah harian sebagai persediaan menjawab persoalan KBAT. Ini boleh dilakukan dengan membuat banyak latihan melibatkan soalan KBAT.
3. Calon hendaklah sentiasa membuat latihan menjawab soalan-soalan klon SPM dan kertas soalan SPM tahun-tahun lepas untuk membiasakan diri dengan format soalan sebenar.
4. Buat persediaan yang secukupnya, tunjukkan jalan kerja yang bersistematik semasa membuat latihan agar dilatih dengan cara yang betul semasa peperiksaan.
5. Calon mesti mahir dengan penggunaan kalkulator saintifik.
6. Sepanjang proses pengiraan, tidak digalakkan membuat perbundaran nombor perpuluhan sehinggalah jawapan akhir diperolehi. Calon hendaklah menggunakan nombor perpuluhan betul kepada sekurang-kurangnya 4 angka bererti dalam langkah kerja.
7. Jawapan akhir yang diberikan mestilah dalam bentuk yang paling ringkas atau betul kepada sekurang-kurangnya 3 angka bererti jika jawapan dalam bentuk nombor perpuluhan dan 2 tempat perpuluhan bagi sudut dalam darjah.
8. Calon harus menggunakan senarai rumus matematik yang dibekalkan dalam kertas soalan dengan sepenuhnya.
9. Calon hendaklah membaca soalan dengan teliti dan memahami kehendak soalan sebelum menjawabnya. Gariskan maklumat penting yang tersirat dalam soalan supaya tidak tertinggal sebarang maklumat ketika menyelesaikan masalah.
10. Calon dinasihat menyemak semula semua soalan atau ceraian soalan untuk memastikan setiap bahagian telah dijawab.
11. Tunjukkan semua langkah penyelesaian dengan jelas, tersusun dan sistematik dalam ruang kerja yang disediakan. Sekiranya terdapat ceraian soalan, tulis penyelesaian (a), (b) dan (c) dengan jelas. Tunjukkan jawapan muktamad bagi setiap soalan atau ceraian soalan dengan jelas.
12. Calon digalakkan untuk mencuba semua soalan.

## SARANAN KEPADA GURU

1. Guru perlu mengajar semua sub topik dalam sesuatu tajuk seperti yang terkandung dalam sukatan pelajaran tanpa meninggalkan bahagian-bahagian yang dianggap tidak penting.
2. Guru perlu membimbing murid untuk menguasai konsep Matematik Tambahan yang diajar supaya pelajar dapat mengaplikasi apa yang dipelajari dalam proses penyelesaian masalah.
3. Guru hendaklah melatih dan menekankan kepada pelajar kepentingan untuk menunjuk langkah kerja yang teratur.
4. Guru perlu memberi latihan tambahan untuk memperkukuhkan kemahiran asas matematik murid.
5. Guru mesti memastikan murid menggunakan nombor perpuluhan sehingga 4 angka bererti dalam langkah kerja dan membundarkan jawapan akhir kepada sekurang-kurangnya 3 angka bererti. Untuk soalan yang melibatkan sudut dalam darjah, 2 tempat perpuluhan harus digunakan dalam langkah kerja dan jawapan akhir.
6. Guru harus membimbing murid untuk menguasai teknik menjawab dan membina kemahiran menggunakan maklumat daripada gambar rajah untuk menyelesaikan masalah.
7. Guru hendaklah membimbing murid untuk mengenal pasti kata kunci soalan sebelum mengaplikasi rumus atau kaedah yang sesuai untuk menyelesaikan masalah.
8. Perbanyakkan aktiviti pengujian formatif menerusi pendekatan diagnostik untuk memperolehi maklum balas semasa.
9. Guru harus mengenal pasti kelemahan murid menerusi analisis item dan tindakan susulan perlu dilakukan untuk pemulihan murid.
10. Guru digalakkan menyediakan pelan pengajaran mengikut kemampuan pelajar yang berbeza tahap dan sentiasa bersedia memberi bimbingan dan motivasi kepada pelajar lemah.
11. Guru harus mempelbagaikan soalan dalam latihan tubi, bermula dengan soalan aras rendah hinggalah ke aras tinggi, termasuk soalan KBAT.
12. Guru harus membimbing murid dalam penggunaan kalkulator saintifik.
13. Perisian komputer yang sesuai harus digunakan untuk mengajar topik matematik yang abstrak, contohnya perisian GSP atau Geogebra.
14. Guru boleh memfokuskan sukatan pelajaran minimum yang sesuai dalam pengajaran dan pembelajaran untuk membantu pelajar-pelajar lemah yang dikenal pasti.